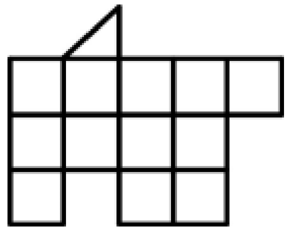
II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2017 рік
6 клас

1. Робінзон Крузо кожний другий день поповнює запаси питної води з джерела, кожний третій день збирає фрукти і кожний п'ятий день ходить на полювання. Сьогодні 13 листопада. У Робінзона важкий день: він повинен у цей день робити всі три справи. Коли у Робінзона буде наступний важкий день?
2. Чи може сума 2015 послідовних натуральних чисел закінчуватись тією ж цифрою, що і сума наступних 2019 чисел?
3. На галявині зібралися 25 гномів. Відомо, що:
   1) кожний гном, який одягнув ковпак, одягнув і взуття;
   2) без ковпака прийшли 12 гномів;
   3) босоніж прийшло 5 гномів.
   Яких гномів і на скільки більше: тих, хто прийшов у взутті, але без ковпака або тих, хто одягнув ковпак?
4. Покажіть, як розрізати фігуру, зображену на рисунку, на 5 рівних фігур (Фігури називаються рівними, якщо при накладанні вони співпадають. Фігури можна перевертати).



Кожне завдання оцінюється 7-ма балами *м.Ужгород*
Час розв'язання 3 год.
Користування калькуляторами заборонено

II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2017 рік
7 клас

1. Вчора Максим варив суп і поклав мало солі, суп довелося досолювати. Сьогодні він поклав солі в два рази більше, але все одно суп довелося досолювати, правда, вже вдвічі меншою кількістю солі, ніж учора. У скільки разів Максиму потрібно збільшити сьогоднішню порцію солі, щоб завтра не довелося досолювати? (Кожен день Максим варить однакові порції супу.)
2. Відомо, що 35!=10333147966386144929*66651337523200000000 (через n! позначається добуток натуральних чисел від 1 до n). Знайдіть цифру, замінену зірочкою.
3. Дмитро пише поспіль натуральні числа: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12, ... На яких місцях, рахуючи від початку, в перший раз будуть знаходитися три цифри 5 поспіль?
4. Знайдіть останню цифру числа 2+12 + 22 + ... + 992.
5. На столі стоять 7 склянок всі догори дном. За один хід можна перевернути будь-які 4 склянки. Чи можна за кілька ходів домогтися того, щоб всі склянки стояли правильно (не догори дном)?

Кожне завдання оцінюється 7-ма балами *м.Ужгород*
Час розв'язання 4 год.
Користування калькуляторами заборонено

II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2017 рік
8 клас

1. На дошці був написаний нескоротний дріб. Петро зменшив його чисельник на 1, а знаменник на 2. А Василь додав до чисельника 1, а знаменник залишив без змін. Виявилося, що в результаті хлопчики отримали однакові значення. Який саме результат у них міг вийти?
2. Чи ділиться націло число $13^{2016}+13^{2017}+13^{2018}$ на 61.
3. У шаховому турнірі брали участь учні 7 та 8 класів. Кожний зіграв з кожним один раз. Учасник отримував за перемогу 2 очки, за нічию – 1 очко, а за поразку – 0 очок. Восьмикласників було в 10 разів більше, ніж семикласників, і вони разом набрали в 4,5 рази більше очок, ніж всі семикласники. Скільки очок набрав самий успішний семикласник?
4. У трикутнику ABC медіана, що виходить з вершини A, перпендикулярна бісектрисі кута B, а медіана, що виходить з вершини B, перпендикулярна бісектрисі кута A. Відомо, що сторона AB = 1. Знайдіть периметр трикутника ABC.
5. Яку найбільшу кількість натуральних чисел, що не перевершують 2017, можна відмітити так, щоб добуток будь-яких двох зазначених чисел був би точним квадратом?

Кожне завдання оцінюється 7-ма балами *м.Ужгород*
Час розв'язання 4 год.
Користування калькуляторами заборонено

II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2017 рік
9 клас

1. Дано два рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ і $cx^2 + bx + a = 0$, в яких всі коефіцієнти ненульові. Виявилося, що вони мають спільний корінь. Чи вірно, що $a = c$?
2. Сума десяти натуральних чисел дорівнює 1001. Яке найбільше значення може приймати НСД (найбільший спільний дільник) цих чисел?
3. Нехай ABCD – опуклий чотирикутник. Відомо, що $\angle CAD = \angle DBA = 40^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle CBD = 20^\circ$. Знайдіть кут CDB.
4. У деякій школі кожен дев'ятикласник або завжди говорить правду (правдивець), або завжди бреше (брехун). Директор викликав до себе кількох дев'ятикласників і запитав кожного з них про кожного з решти, правдивець той або брехун. Всього було отримано 44 відповіді правдивець і 28 відповідей брехун. Скільки правдивих відповідей міг отримати директор?
5. Дванадцять стільців стоять в ряд. Іноді на один з вільних стільців сідає людина. При цьому рівно один з його найближчих сусідів (якщо вони були) встає і йде. Яка найбільша кількість людей може виявитися, які одночасно сидять, якщо спочатку всі стільці були порожніми?

Кожне завдання оцінюється 7-ма балами *м.Ужгород*
Час розв'язання 4 год.
Користування калькуляторами заборонено

II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2017 рік
10 клас

1. Михайло мав потрапити на станцію о 18:00 год. До цього часу за ним повинен був приїхати батько на автомобілі. Однак Михайло встиг на більш ранню електричку і виявився на станції о 17:05 год. Він не став чекати батька і пішов йому назустріч. По дорозі вони зустрілися, Михайло сів в автомобіль і вони приїхали додому на 10 хвилин раніше розрахованого часу. З якою швидкістю йшов Михайло до зустрічі з батьком, якщо швидкість автомобіля була 60 км / год?
2. Чи має від'ємні корені рівняння $x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 3x + 9 = 0$?
3. У гострокутному трикутнику MKN проведена бісектриса KL. Точка X на стороні MK така, що KX = KN. Доведіть, що прямі KO і XL перпендикулярні, де O – центр кола описаного навколо трикутника MKN.
4. Функція $f(x)$ визначена для всіх дійсних чисел, причому для будь-якого x виконуються рівності: $f(x + 2) = f(2 - x)$ і $f(x + 7) = f(7 - x)$. Доведіть, що $f(x)$ – періодична функція.
5. Дано таблицю 100×100, клітини якої пофарбовані в чорний і білий кольори. При цьому у всіх стовпцях порівну чорних клітин, а у всіх рядках різна кількість чорних клітин. Яка максимально можлива кількість пар сусідніх за стороною різнокольорових клітин?

Кожне завдання оцінюється 7-ма балами *м.Ужгород*
Час розв'язання 4 год.
Користування калькуляторами заборонено

II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2017 рік
11 клас

1. Дано три квадратних тричлени $x^2 + b_1x + c_1$, $x^2 + b_2x + c_2$, $2x^2 + (b_1 + b_2)x + (c_1 + c_2)$. Відомо, що їх сума має корені (можливо, два рівних). Доведіть, що хоча б у двох з цих тричленів також є корені (можливо, два рівних).
2. Не використовуючи калькулятора, визначте знак числа $(\cos(\cos 1) - \cos 1)(\sin(\sin 1) - \sin 1)$.
3. Чи можуть дві бісектриси трикутника розбивати його на чотири частини рівної площі?
4. У турнірі брали участь 50 шахістів. У деякий момент турніру була зіграна 61 партія, причому кожний учасник зіграв або дві партії, або три (і ніхто не грав один з одним двічі). Чи могло виявитися так, що ніякі два шахісти, які зіграли по три партії, не грали між собою?
5. Василь розібрав каркас трикутної піраміди в кабінеті математики і хоче з її шести ребер скласти два трикутники так, щоб кожне ребро було стороною рівно одного трикутника. Чи завжди Василь може це зробити?

Кожне завдання оцінюється 7-ма балами *м.Ужгород*
Час розв'язання 4 год.
Користування калькуляторами заборонено