ІІ етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2017 рік

6 клас

1. Робінзон Крузо кожний другий день поповнює запаси питної води з джерела, кожний третій день збирає фрукти і кожний п'ятий день ходить на полювання. Сьогодні 13 листопада. У Робінзона важкий день: він повинен у цей день робити всі три справи. Коли у Робінзона буде наступний важкий день?

Вказівка:

Будемо рахувати, скільки днів пройде, починаючи з важкого дня. Якщо це число ділиться на 2, то Робінзон повинен поповнити запас води. Якщо ділиться на 3, то поповнити запас фруктів. А якщо ділиться на 5, то сходити на полювання. А якщо він робить всі три справи одночасно, то кількість днів, яка має пройти до наступного важкого дня ділиться і на 2, і на 3, і на 5. Вперше це відбудеться через 30 днів. Так як у листопаді 30 днів, то наступний важкий день буде 13 грудня.

Відповідь: 13 грудня.

2. Чи може сума 2015 послідовних натуральних чисел закінчуватись тією ж цифрою, що і сума наступних 2019 чисел?

Вказівка: Серед 2015+2019=4034 підряд записаних натуральних чисел є 2017 непарних і 2017 парних чисел. Отже, загальна сума 4034 чисел непарна. Тому останні цифри суми 2015 послідовних натуральних чисел і суми наступних 2019 чисел мають різну парність.

Відповідь: не може

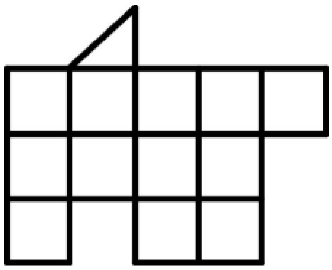
3. На галявині зібралися 25 гномів. Відомо, що:
   1) кожний гном, який одягнув ковпак, одягнув і взуття;
   2) без ковпака прийшли 12 гномів;
   3) босоніж прийшло 5 гномів.
   Яких гномів і на скільки більше: тих, хто прийшов у взутті, але без ковпака або тих, хто одягнув ковпак?

Вказівка:

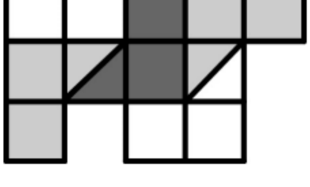
З умови 2) слідує, що в ковпаку прийшли 25 - 12 = 13 гномів. З умови 1) отримуємо, що 13 гномів прийшли в ковпаку і у взутті. З умови 3) випливає, що всього у взутті прийшло 25 - 5 = 20 гномів. Отже, 20 - 13 = 7 гномів прийшли у взутті, але без ковпака. Це означає, що гномів, які одягнули ковпаки на 6 більше, ніж гномів, які прийшли у взутті, але без ковпаків.

Відповідь: гномів, які одягнули ковпаки на 6 більше, ніж гномів, які прийшли у взутті, але без ковпаків.

4. Покажіть, як розрізати фігуру, зображену на рисунку, на 5 рівних фігур (Фігури називаються рівними, якщо при накладанні вони співпадають. Фігури можна перевертати).



Вказівка:



Відповідь:

7 клас

1. Вчора Максим варив суп і поклав мало солі, суп довелося досолювати. Сьогодні він поклав солі в два рази більше, але все одно суп довелося досолювати, правда, вже вдвічі меншою кількістю солі, ніж учора. У скільки разів Максиму потрібно збільшити сьогоднішню порцію солі, щоб завтра не довелося досолювати? (Кожен день Максим варить однакові порції супу.)

Вказівка:

Нехай вчора Максим поклав у суп x солі, а додав y солі. Тоді сьогодні він поклав $2x$ солі, а додав $0{,}5y$ солі. За умовою: $x + y = 2x + 0{,}5y$. Тому $x = 0,\ 5y$. Таким чином, всього потрібно покласти $2x + 0{,}5y = 3x$ солі. Сьогодні Максим поклав $2x$ солі. Тому сьогоднішню порцію солі слід збільшити в 1,5 разів.
Відповідь: у 1,5 разів.

2. Відомо, що 35! = 10333147966386144929 * 66651337523200000000 (через n! позначається добуток натуральних чисел від 1 до n). Знайдіть цифру, замінену зірочкою.

Вказівка:

Оскільки число 35! ділиться на 9, сума цифр цього числа також повинна ділитися на 9. Неважко порахувати, що сума цифр написаного числа (за винятком зірочки) при діленні на 9 дає остачу 3. Звідси випливає, що єдина можливість, при якій сума цифр даного числа ділиться на 9 буде в тому випадку, коли цифра, яка замінена зірочкою, дорівнює 6.
Відповідь: 6.

3. Дмитро пише поспіль натуральні числа: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12, ... На яких місцях, рахуючи від початку, в перший раз будуть знаходитися три цифри 5 поспіль?

Вказівка:

Цифра 5 спочатку зустрінеться в розряді одиниць, а потім в розряді десятків. Три цифри 5 в перший раз можуть знаходитися поспіль лише тоді, коли Дмитро напише числа 53,54,55,56,… Номери місць, на яких стоять ці три цифри 5, можна обчислити безпосередньо виписавши весь ряд чисел або обчислити в такий спосіб: однозначних чисел 9, а двозначних чисел від 10 до 54 включно є 45. Таким чином, до першої потрібної цифри 5 Дмитро напише $9+2\cdot45= 99$ цифр. Це означає, що три цифри 5 поспіль стоять на 100, 101 і 102 місцях.
Відповідь: на 100, 101 і 102 місцях.

4. Знайдіть останню цифру числа 2+12 + 22 + ... + 992.

Вказівка:
2+12 + 22 + ... + 992 = (02 + 12 + ... +92) + (102 + 112 + ... + 192) + … + (902 + 912 + … + 992). Легко бачити, що у кожної суми в дужках одна і та ж остання цифра. Оскільки їх 10, то у всієї суми остання цифра дорівнює 0.
Відповідь: 0.

5. На столі стоять 7 склянок всі догори дном. За один хід можна перевернути будь-які 4 склянки. Чи можна за кілька ходів домогтися того, щоб всі склянки стояли правильно (не догори дном)?

Вказівка: Нехай в деякий момент часу *k* склянок стояли догори дном і ми перевернули 4 склянки. Таким чином, кількість склянок, що стоять догори дном зміниться на 4. Це число парне. Тому при перевертанні склянок парність числа склянок, що стоять догори дном, не змінюється. Оскільки спочатку догори дном стояли 7 склянок, то і за кілька ходів число склянок догори дном буде непарним, а тому не може дорівнювати 0.
Відповідь: ні, не можна.

8 клас

1. На дошці був написаний нескоротний дріб. Петро зменшив його чисельник на 1, а знаменник на 2. А Василь додав до чисельника 1, а знаменник залишив без змін. Виявилося, що в результаті хлопчики отримали однакові значення. Який саме результат у них міг вийти?

Вказівка:

Нехай був написаний дріб a/b. Тоді Петро отримав дріб (a-1)/(b-2), а Василь (a+1)/b. Так як вони отримали однаковий результат, то (a-1)/(b-2)= (a+1)/b і тому b - a = 1. Значить, початковий дріб мав вигляд a/(a+1). Петро отримав з нього дріб (a-1)/(a-1), а Василь (a+1)/(a+1), які дорівнюють 1.

Відповідь: 1.

2. Чи ділиться націло число $13^{2016}+13^{2017}+13^{2018}$ на 61.

Вказівка:
$13^{2016}+13^{2017}+13^{2018}=13^{2016}(1+13+13^2)=183\cdot13^{2016}=61\cdot3\cdot13^{2016}$.
Відповідь: Так, ділиться.

3. У шаховому турнірі брали участь учні 7 та 8 класів. Кожний зіграв з кожним один раз. Учасник отримував за перемогу 2 очки, за нічию – 1 очко, а за поразку – 0 очок. Восьмикласників було в 10 разів більше, ніж семикласників, і вони разом набрали в 4,5 рази більше очок, ніж всі семикласники. Скільки очок набрав самий успішний семикласник?

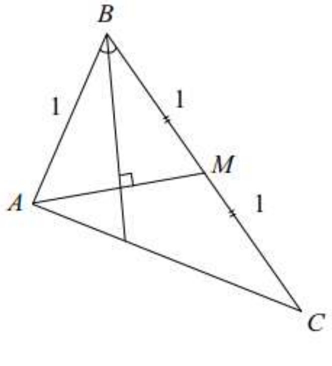
Вказівка:

Нехай в турнірі взяли участь *a* семикласників, які заробили *b* очок. Тоді грали 10*a* восьмикласників, які заробили 4,5b очок. У кожній партії розігрують 2 очки, 11*a* гравців грають 11*a* (11*a* -1)/2 партій. Значить, з умови завдання слідує співвідношення
11*a* (11*a* - 1) = 5,5*b*, звідки *b* = 2*a* (11*a* - 1). Зауважимо, що кожний учасник грає 11*a* - 1 партій. Значить, кожний семикласник може набрати максимум 2(11*a* - 1) очок, якщо виграє всі ігри. Так як *a* семикласників набрали 2*a* (11*a* - 1) очок, то вони виграли всі свої ігри. Якщо в турнірі брали участь хоча б два семикласники, то в грі між собою один з них би не виграв. Це неможливо. Значить, був тільки один семикласник, тобто *a* = 1. Він набрав 2(11*a* - 1) = 20 очок.
Відповідь: 20.

4. У трикутнику ABC медіана, що виходить з вершини A, перпендикулярна бісектрисі кута B, а медіана, що виходить з вершини B, перпендикулярна бісектрисі кута A. Відомо, що сторона AB = 1. Знайдіть периметр трикутника ABC.

Вказівка:

Нехай AM - медіана, проведена з вершини A. Тоді в трикутнику ABM бісектриса кута B перпендикулярна стороні AM, тобто бісектриса є і висотою. Отже, цей трикутник



рівнобедрений, AB = BM = 1. Але тоді BC = 2BM = 2. Аналогічно з другої умови отримуємо, що сторона AC в два рази більше AB. Периметр трикутника ABC дорівнює 1 + 2 + 2 = 5 .

Відповідь: 5.

5. Яку найбільшу кількість натуральних чисел, що не перевершують 2017, можна відмітити так, щоб добуток будь-яких двох зазначених чисел був би точним квадратом?

Вказівка:

Знайдемо кількість натуральних чисел, квадрати яких не більше, ніж 2017. Таких чисел - 44, так як $44^2 = 1936 <2017$, а $45^2 = 2025> 2017$. Так як добуток двох точних квадратів є точним квадратом, то числа $1 = 1^2$, $4 = 2^2$, ..., $1936 = 44^2$ можуть бути відмічені. Доведемо, що більшу кількість чисел відмітити неможливо. Дійсно, розглянемо шуканий набір чисел і розділимо кожне з чисел цього набору на найбільший точний квадрат, на який воно ділиться. Отримаємо новий набір чисел, причому в розкладі кожного з них на прості множники ці множники можуть входити тільки в непарному степені. Зауважимо, що кожний простий множник (якщо він є) повинен бути присутнім у всіх розкладах, так як при множені будь-яких двох чисел з отриманого набору він повинен виявитися в парному степені. Це означає, що після ділення кожного числа шуканого набору на найбільші квадрати повинно утворитися одне і те ж число q. Якщо q = 1, то отримаємо набір з 44 чисел, які самі є точними квадратами, а якщо q> 1, то отримаємо набір з меншої кількості чисел, оскільки 1936q> 2017.

Відповідь: 44.

9 клас

1. Дано два рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ і $cx^2 + bx + a = 0$, в яких всі коефіцієнти ненульові. Виявилося, що вони мають спільний корінь. Чи вірно, що a = c?

Вказівка:

Достатньо навести приклад двох таких рівнянь. Наприклад, рівняння $x^2 - 3x + 2 = 0$ і $2x^2 - 3x + 1 = 0$ мають спільний корінь x = 1, але 1 не дорівнює 2.

Відповідь: Ні, не вірно.

2. Сума десяти натуральних чисел дорівнює 1001. Яке найбільше значення може приймати НСД (найбільший спільний дільник) цих чисел?

Вказівка:

Доведемо, що найбільше значення НСД, яке більше 91, бути не може.

Зауважимо, що $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$. Так як кожний доданок в цій сумі ділиться на НСД, то НСД є дільником числа 1001. З іншого боку, менший доданок в сумі (а значить і НСД) не більший, ніж 101. Залишилося помітити, що 91 - найбільший з дільників числа 1001, що задовольняє умову.

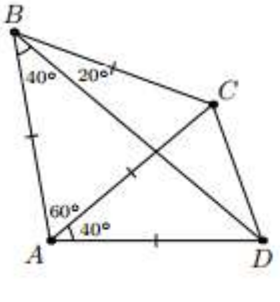
Приклад. Розглянемо дев'ять чисел, рівних 91 і число 182. Їх сума дорівнює 1001.

Відповідь: 91.

3. Нехай ABCD - опуклий чотирикутник. Відомо, що $\angle CAD = \angle DBA = 40^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle CBD= 20^\circ$. Знайдіть кут CDB.

Вказівка:

Так як $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 60^\circ$, то трикутник ABC - рівносторонній. У трикутнику ABD: $\angle ABD = 40^\circ$, $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 100^\circ$, значить, $\angle BDA = 180^\circ - (40^\circ + 100^\circ) = 40^\circ$. Отже, цей трикутник - рівнобедрений. Таким чином, AB = BC = CA = AD. Тому трикутник CAD також рівнобедрений. Тоді



$\angle ADC = \angle ACD = (180^\circ - \angle CAD) : 2 = 70^\circ$, $\angle CDB = \angle CDA - \angle BDA = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$.
Відповідь: 30°

4. У деякій школі кожен дев'ятикласник або завжди говорить правду (правдивець), або завжди бреше (брехун). Директор викликав до себе кількох дев'ятикласників і запитав кожного з них про кожного з решти, правдивець той або брехун. Всього було отримано 44 відповіді правдивець і 28 відповідей брехун. Скільки правдивих відповідей міг отримати директор?

Вказівка:

Якщо викликано n дев'ятикласників, то отримано $n(n - 1) = 44 + 28 = 72$ відповідей, звідки $n = 9$. Нехай з цих 9 школярів t правдивців і $(9 - t)$ брехунів. Відповідь брехун може дати тільки брехун про правдивця і правдивець про брехуна, таких фраз було $2t(9 - t) = 28$, звідки $t = 2$ або $t = 7$. Якщо правдивців двоє, то вони дали $2 \cdot 8 = 16$ правдивих відповідей. Якщо правдивців семеро, то вони дали $7 \cdot 8 = 56$ правдивих відповідей.
Відповідь: 16 або 56.

5. Дванадцять стільців стоять в ряд. Іноді на один з вільних стільців сідає людина. При цьому рівно один з його найближчих сусідів (якщо вони були) встає і йде. Яка найбільша кількість людей може виявитися, які одночасно сидять, якщо спочатку всі стільці були порожніми?

Вказівка:

Зауважимо, що всі стільці одночасно зайняти неможливо, так як в той момент, коли сяде людина на останній незайнятий стілець, то один з його сусідів встане. Отже, одночасно сидіти може не більше, ніж 11 осіб.

Приклад. Покажемо, як посадити 11 осіб. Пронумеруємо стільці числами від 1 до 12. Перший стілець зайняти легко. Другий стілець займемо в два етапи. На першому етапі людина сідає на третій стілець, а на другому етапі сідає людина на другий стілець, а людина, яка сидить на третьому стільці встає. Далі діємо аналогічно: якщо зайняті стільці з номерами від 1 до k, то спочатку сідає людина на стілець з номером $k + 2$, а потім сідає на стілець з номером $k + 1$, звільняючи при цьому стілець з номером $k + 2$. Після того як ця процедура буде проведена для всіх k від 1 до 10, то стільці з номерами від 1 до 11 будуть зайняті, а дванадцятий стілець - вільний. .
Відповідь: 11.

10 клас

1. Михайло мав потрапити на станцію о 18:00 год. До цього часу за ним повинен був приїхати батько на автомобілі. Однак Михайло встиг на більш ранню електричку і виявився на станції о 17:05 год. Він не став чекати батька і пішов йому назустріч. По дорозі вони зустрілися, Михайло сів в автомобіль і вони приїхали додому на 10 хвилин раніше розрахованого часу. З якою швидкістю йшов Михайло до зустрічі з батьком, якщо швидкість автомобіля була 60 км / год?

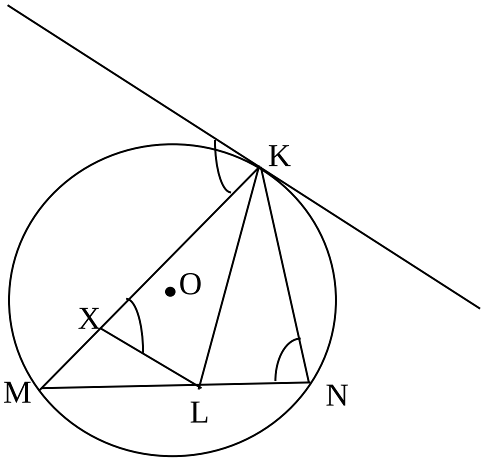
Вказівка:
Михайло приїхав додому на 10 хвилин швидше. За цей час автомобіль двічі проїхав би шлях, який Михайло пройшов. Отже, на шляху до вокзалу батько на автомобілі заощадив 5 хвилин і зустрів Михайла о 17:55 год. Значить, Михайло пройшов відстань від вокзалу до зустрічі з батьком за 50 хвилин, тобто він йшов в 10 разів повільніше, ніж автомобіль і його швидкість була 6км/год.
Відповідь: 6 км/год.

2. Чи має від'ємні корені рівняння $x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 3x + 9 = 0$?

Вказівка: Перетворимо дане рівняння $x^4 – 4x^3 – 6x^2 – 3x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x^2 – 3)^2 – 4x^3 – 3x=0$, $(x^2 – 3)^2 = 4x^3 + 3x \Leftrightarrow (x^2 – 3)^2 = x(4x^2 +3)$. Задане рівняння коренів при від’ємних значеннях x не має.
Відповідь: ні.

3. У гострокутному трикутнику MKN проведена бісектриса KL. Точка X на стороні MK така, що KX = KN. Доведіть, що прямі KO і XL перпендикулярні, де O – центр кола описаного навколо трикутника MKN

Вказівка:



Проведемо дотичну до кола в точці K. Оскільки KL бісектриса, то трикутники XKL і NKL рівні (за двома сторонами і кутом між ними). Тому $\angle KXL = \angle KNL$ і дорівнює куту між проведеною дотичною до кола і прямою XK. Це означає, що дотична до кола і пряма XL паралельні. Оскільки дотична і радіус OK перпендикулярні, то прямі KO і XL також перпендикулярні.

4. Функція f (x) визначена для всіх дійсних чисел, причому для будь-якого x виконуються рівності: f (x + 2) = f (2 - x) і f (x + 7) = f (7 - x). Доведіть, що f (x) - періодична функція.

Вказівка:

За умовою f (7-x) = f (x+7) = f (x+5+2) = f (2-x-5) = f (-x-3). Позначимо t = 7-x. Тоді x= 7-t і f (t) = f (t-10). Отже, число 10 є періодом.

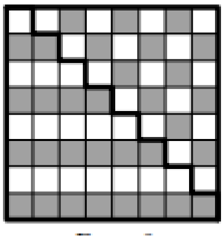
5. Дано таблицю 100 × 100, клітини якої пофарбовані в чорний і білий кольори. При цьому у всіх стовпцях порівну чорних клітин, а у всіх рядках різна кількість чорних клітин. Яка максимально можлива кількість пар сусідніх за стороною різнокольорових клітин?

Вказівка:

Пронумеруємо рядки зверху донизу, а стовпці - зліва направо числами від 1 до 100. У кожному рядку може бути від 0 до 100 чорних клітин. Так як кількості чорних клітин у всіх рядках різні (ці кількості всі числа від 0 до 100), окрім одного (скажімо, окрім k), то загальне число чорних клітин дорівнює (0 + 1 +... + 100) - k = 50·101 - k. З іншого боку, так як у всіх стовпцях клітин порівну, загальне число чорних клітин має ділитися на 100. Значить, k = 50 і у всіх рядках по 50 чорних клітин.

Оцінимо тепер зверху кількість пар сусідніх за стороною різнокольорових клітин, рахуючи окремо пари клітин, які сусідні по горизонталі і по вертикалі.

Якщо в рядку $i \leq 49$ чорних клітин, то вони можуть брати участь не більше, ніж в 2i горизонтальних парах. Якщо в рядку $i > 50$ чорних клітин, то аналогічні міркування можна провести щодо білих клітин яких $100 - i \leq 49$. Разом горизонтальних різнокольорових пар не більше, ніж $2 \cdot (2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 +... + + 2 \cdot 49)) = 4900$. Оцінимо тепер кількість вертикальних пар. Розглянемо будь-який рядок з парним номером від 2 до $2\cdot 49$. Нехай в ньому і чорних клітин. Тоді або в рядку зверху або в рядку знизу від неї число чорних клітин не дорівнює 100 – і. Значить, одна з вертикальних пар, в яких беруть участь клітини цього рядка буде однокольоровою. Тобто, є хоча б 49 однокольорових вертикальних пар. Так як загальне число вертикальних пар дорівнює 9900, то різнокольорових пар з них не більше, ніж 9900 - 49. Разом загальна кількість різнокольорових пар не більша, ніж 4900+9900-49 = 14751.



Наведемо приклад, в якому вказане число пар досягається. Для цього проведемо в таблиці 100 × 100 діагональ з верхнього лівого кута в нижній правий кут. Всі клітини, що лежать на або нижче діагоналі пофарбуємо в чорний колір, якщо вони лежать в парних рядках і в білий в решті випадків (розфарбування здійснюється по рядках). Всі клітини, що лежать вище діагоналі, зафарбуємо в шаховому порядку, як показано на рисунку. Неважко перевірити, що в кожному стовпці рівно 50 чорних клітин, в 2і-му рядку 50 + і чорних клітин, а в (2і - 1) -му рядку 50 - і чорних клітин. Всі вищезгадані оцінки досягаються.

Відповідь: 14751

11 клас

1. Дано три квадратних тричлени $x^2 + b_1x + c_1$, $x^2 + b_2x + c_2$, $2x^2 + (b_1 + b_2)x + (c_1 + c_2)$. Відомо, що їх сума має корені (можливо, два рівних). Доведіть, що хоча б у двох з цих тричленів також є корені (можливо, два рівнох).

Вказівка:

Сума трьох квадратних тричленів дорівнює $2(2x^2+(b_1 + b_2)x + (c_1 + c_2))$ має корені. Тому $2x^2 + (b_1 + b_2)x + (c_1 + c_2)$ має корені. Якщо квадратні тричлени $x^2 + b_1x + c_1$, $x^2 + b_2x + c_2$ не мають коренів, то їх дискримінанти від'ємні. Це означає, що $b_1^2 -4c_1<0$, $b_2^2 -4c_2<0$ і, як наслідок, $2(b_1^2+ b_2^2-4c_1^2-4c_2^2)<0$. В такому разі дискримінант $(b_1+ b_2)^2-8(c_1^2-c_2^2)$ квадратного тричлена $2x^2 + (b_1 + b_2)x + (c_1 + c_2)$ менший від нуля. Протиріччя. Тому один з квадратних тричленів $x^2 + b_1x + c_1$, $x^2 + b_2x + c_2$ має корені.

2. Не використовуючи калькулятора, визначте знак числа $(\cos(\cos 1) - \cos 1)(\sin(\sin 1) - \sin 1)$.

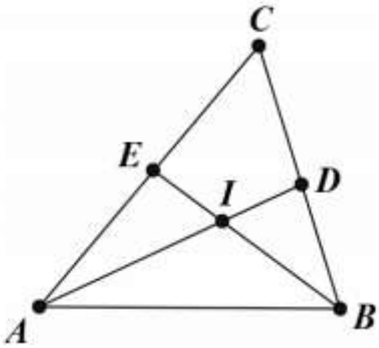
Вказівка:

Функція $y = \sin x$ зростає, а функція $y = \cos x$ спадає на відрізку $[0;\ \pi/2]$. Мають місце нерівності $0 <\sin 1 <1 <\pi/2$, $0 <\cos 1 <1 <\pi/2$. Тому $\sin (\sin 1) <\sin 1$ і $\cos (\cos 1)> \cos 1$. Таким чином, $(\cos (\cos 1) - \cos 1) (\sin (\sin 1) - \sin 1) <0$.

Відповідь: від'ємне число.

3. Чи можуть дві бісектриси трикутника розбивати його на чотири частини рівної площі?

Вказівка:



Припустимо,що бісектриси трикутника ABC розбивають його на чотири частини рівної площі.

Нехай I - точка перетину бісектрис трикутника ABC. Рівновеликі трикутники AIB і AIE мають спільну висоту, проведену з вершини A. Тому BI = IE. Аналогічно, з рівності площ трикутників AIB і DIB випливає рівність AI = ID. Отже, діагоналі чотирикутника AEDB точкою перетину діляться пополам. Тому чотирикутник AEDB – паралелограм, що неможливо, так як прямі AE і BD перетинаються в точці C.

Відповідь: Ні, не можуть.

4. У турнірі брали участь 50 шахістів. У деякий момент турніру була зіграна 61 партія, причому кожний учасник зіграв або дві партії, або три (і ніхто не грав один з одним двічі). Чи могло виявитися так, що ніякі два шахісти, які зіграли по три партії, не грали між собою?

Вказівка:

Нехай в деякий момент x шахістів зіграли по три партії, а 50 - x по дві партії. Оскільки в кожній партії беруть участь два шахісти, то сумарна кількість зіграних партій дорівнює (3x + 2 (50 - x))/ 2. З рівняння (3x + 2 (50 - x))/ 2 = 61 знаходимо, що x = 22. Припустимо, що ніякі два шахісти, які зіграли по три партії, не грали між собою. Тоді всі ігри, які вони провели, були зіграні з шахістами, які зіграли по дві партії. Таких ігор $3 \cdot 22 = 66 > 61$, що суперечить умові завдання.

Відповідь: ні, не могло.

5. Василь розібрав каркас трикутної піраміди в кабінеті математики і хоче з її шести ребер скласти два трикутники так, щоб кожне ребро було стороною рівно одного трикутника. Чи завжди Василь може це зробити?

Вказівка:

Покажемо, що з ребер трикутної пірміди завжди можна скласти два трикутники. Відмітимо, що якщо Василь зуміє скласти трикутник з ребер, які виходять з однієї вершини тетраєдра, то другий трикутник вже складений і задача вирішена.

Нехай AB - найдовше ребро тетраєдра DABC. Припустимо, що з трійок ребер, які виходять із вершин A і B не можна скласти трикутники. Це означає, що $AB \geq AC + AD$ і $AB \geq BC + BD$. Тоді $2AB \geq AC + AD + BC + BD$. З іншого боку, за нерівністю трикутника, застосованою до граней ABD і ABC мають місце нерівності $AB < AD + BD$ і $AB < AC + BC$ і, як наслідок, нерівність $2AB < AC + AD + BC + BD$, яка протирічить припущенню.

Відповідь: Завжди.